

Paweł Czubik*
Krzysztof Żółkiewicz

**LICZBA MOŻLIWYCH RELACJI
WIELOSTRONNYCH PODMIOTÓW *IURIS GENTIUM*
ORAZ WYMIAR MATEMATYCZNY „POTENCJAŁU”
TRAKTATOWEGO POJEDYNCZEGO PODMIOTU**

I. Wprowadzenie

W tekście, który ukazał się w PWPM, vol. IX¹, zwrócono uwagę na liczbę relacji dwustronnych, którą generować mogą państwa jako podmioty prawa międzynarodowego (w kontekście ustalenia rzeczywistej liczby dwustronnych relacji konsularnych rządzonych regułami międzynarodowego prawa zwyczajowego). Ostatecznie wskazano, że wzór, który pozwala ustalić liczbę relacji dwustronnych w zależności od liczby podmiotów, to:

$$\frac{(n-1) * n}{2} .$$

Kwestią wskazaną, kontynuując rozważania z poprzedniego numeru, będzie postawienie dwóch kolejnych pytań, których jednak znaczenie praktyczne wydaje się o wiele mniejsze niż w przypadku uprzednio analizowanego problemu. Mimo to dadzą one wyraźny obraz potencjalnego skomplikowania relacji międzynarodowych, wskazując, że państwa wykorzystują w swoich wzajemnych stosunkach, kreując zobowiązania traktatowe, zaledwie ułamek możliwości, które daje im matematyka. Zasadne będzie tym samym dalsze ustalenie:

* Dr Paweł Czubik – doktor nauk prawnych, adiunkt na Uniwersytecie Jagiellońskim, starszy wykładowca w Wyższej Szkole Administracji w Bielsku-Białej.

** Mgr Krzysztof Żółkiewicz – mgr informatyki, absolwent Uniwersytetu Jagiellońskiego.

¹ P. Czubik, K. Żółkiewicz, *Matematyczne ustalenie zakresu obowiązywania międzynarodowego prawa umownego i zwyczajowego*, PWPM 2011, vol. IX, s. 215–223.

- a) liczby wszelkich relacji („różnopodmiotowych”) dotyczących konkretnej materii *iuris gentium*, jaka jest możliwa w ramach określonej grupy podmiotów – tj. poczynając od relacji dwustronnych, poprzez relacje plurilateralne² i multilateralne (o różnej liczbie podmiotów), kończąc na uniwersalnej relacji wielostronnej;
- b) ustalenie w tym kontekście potencjału traktatowego jednego podmiotu z danej grupy podmiotów – tzn. ustalenie, ile potencjalnych, niepowtarzalnych relacji z udziałem danego podmiotu jest możliwych, biorąc pod uwagę jego aktywność traktatową wewnątrz grupy podmiotów.

II. Ustalenie liczby wszelkich relacji w zbiorze podmiotów *iuris gentium*

Punktem wyjścia dla prowadzonych rozważań będzie liczba kombinacji k -elementowych w zbiorze n -elementowym bez powtórzeń. Jak już wskazano w tekście, który ukazał się w poprzednim numerze, można ją zapisać przy pomocy symbolu Newtona i wynosi ona:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! * (n - k)!} .$$

Należy również zauważyć występowanie podanych poniżej tożsamości:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n - k}$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{1} = n .$$

Liczbę wszystkich kombinacji k -elementowych w zbiorze n -elementowym bez powtórzeń dla wszystkich wartości k z przedziału $[0, n]$ można zapisać w następujący sposób:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-2} + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} .$$

² Pojęcie traktatu plurilateralnego w tym miejscu jest interpretowane na wzór pojęć funkcjonujących w doktrynie prawa traktatów (zob. St.E. Nahlik, *Kodeks prawa traktatów*, Warszawa 1976, s. 93 i wskazane tam okoliczności pojawienia się tego terminu w I raporcie Waldocka; jednocześnie ten sam St.E. Nahlik wskazuje w innej swojej wcześniejszej, w tym „ewolucyjnym” kontekście, niemiarodajnej publikacji – *Wstęp do nauki prawa międzynarodowego*, Warszawa 1966, s. 187 – że termin ten nie przyjął się), ale przede wszystkim w prawie GATT/WTO (gdzie ewidentnie jest zakorzenione) – jako traktatów wielostronnych, aczkolwiek „małostronnych” – niepretendujących do uniwersalności (w przypadku WTO nieobowiązkowych – jak choćby porozumienie w sprawie zamówień rządowych GPA), w odróżnieniu do traktatów multilateralnych – wielostronnych, zmierzających do uniwersalności (a w przypadku systemu WTO – obowiązkowych dla wszystkich członków). Zob. B. Hoekman, M.M. Kostecki, *Ekonomia światowego systemu handlu. WTO: Zasady i mechanizmy negocjacji*, Wrocław 2011, s. 540. Autorzy ci stosują przy tym określenie „porozumienia kilkustronne” dla porozumień plurilateralnych.

Dla uproszczenia wzór ten można wyrazić za pomocą sumy:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-2} + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$$

W tym miejscu warto przytoczyć istotną własność wartości kolejnych symboli Newtona, które można zapisać w postaci trójkąta Pascala:

0										1							
1									1	1							
2									1	2	1						
3									1	3	3	1					
4									1	4	6	4	1				
5									1	5	10	10	5	1			
6									1	6	15	20	15	6	1		
7									1	7	21	35	35	21	7	1	
8									1	8	28	56	70	56	28	8	1

Pierwsza pionowa kolumna odpowiada kolejnym wartościom n , którym odpowiada konkretny wiersz w trójkącie. Kolejne wartości w danym wierszu odpowiadają właśnie kolejnym wartościom symbolu Newtona dla kolejnych wartości k . Warto zauważyć interesujące własności: wszystkie skrajne wyrazy w każdym wierszu są równe 1, natomiast każdy kolejny wyraz jest równy sumie wyrazów występujących nad nim (w poprzednim wierszu). Istotną własnością jest także symetryczność trójkąta, tzn. wartość k -tego wyrazu jest równa wartości $(n-k)$ -tego wyrazu.

Suma ta równa się dwa do potęgi n .

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

Na marginesie warto zwrócić uwagę na dowód, który prowadzi do takiego równania. By go przeprowadzić, należy wyjść od wzoru dwumiennego Newtona:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Przyjmując założenie, że $a = 1$ oraz $b = 1$:

$$(1 + 1)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^k 1^{n-k}$$

czyli:

$$(1 + 1)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}.$$

Z tego wprost wynika, że:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$

Otrzymany wzór odnosi się do wszelkich kombinacji matematycznych, łącz-
nie ze zbiorem pustym (zeroelementowym) oraz zbiorami jednoelementowymi.
W przypadku relacji podmiotów *iuris gentium* nie ma czegoś takiego jak relacje puste
(zeroelementowe) oraz relacje jednostronne, dlatego też zaczynamy od $k = 2$, czyli:

$$\sum_{k=2}^n \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} - \binom{n}{1} - \binom{n}{0} = 2^n - n - 1.$$

Odjęta od poprzedniego wzoru liczba 1 oznacza liczbę „relacji” pustych, zaś
odjęta liczba n to liczba podmiotów (i jednocześnie „relacji” jednostronnych). Osta-
tecznie wzór na liczbę wszystkich możliwych relacji od co najmniej dwustronnych
do zbioru pełnego w zbiorze n -elementowym wygląda następująco:

$$2^n - n - 1.$$

Warto podać przykład dla grupy pięciu państw ($n = 5$):

$$2^5 - 5 - 1 = 32 - 5 - 1 = 26$$

i sprawdzić jednocześnie jego poprawność, sumując kombinacje:

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^5 \binom{5}{k} &= \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{1! \cdot 4!} + \frac{5!}{0! \cdot 5!} = \\ &= \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 3!} + \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 2} + \frac{4! \cdot 5}{1 \cdot 4!} + \frac{5!}{1 \cdot 5!} = \frac{4 \cdot 5}{2} + \frac{4 \cdot 5}{2} + 5 + 1 = 10 + 10 + 6 = 26 \end{aligned}$$

Identyczny wynik otrzymamy również, sumując kolejne wyrazy szóstego wiersza
($n = 5$) w trójkącie Pascala zaczynając od trzeciego wyrazu.

Skalę wzrostu liczby relacji w stosunku do liczby podmiotów odzwierciedla za-
łączony wykres. Jest on przy tym poprowadzony dla n wynoszącego do 20 państw.
Powyżej tej cyfry liczba relacji jest już tak ogromna, że właściwie krzywa staje się
przy tak przyjętej skali pionową kreską. Dla $n = 200$ poszukiwana liczba wynosi
w przybliżeniu $1,60693804 \times 10^{60}$ (czyli 60 liczb przed przecinkiem – dla porówna-
nia: milion ma 7 liczb, miliard 10). Liczba współczesnych państw świata, zbliżają-
ca się do 200, generować by mogła więc teoretycznie liczbę relacji w pojedynczej

dziedzinie wielokrotnie większą od liczby atomów we wszechświecie (zakładając, że wynosi ona 2 do potęgi 80). Świadczy to dobitnie o ściśle teoretycznej wadze dokonanych obliczeń.



Oczywiście w praktyce najczęściej wykorzystanie nawet ułamka relacji traktatowych zarówno dla danej (ograniczonej podmiotowo) grupy, jak i całości „potencjału traktatowego” (o czym dalej) danego państwa w konkretnej materii traktatowej nie wchodzi w rachubę³. W rzeczywistości stosunków międzynarodowych nierealne jest zresztą wykorzystanie nawet znikomej części relacji dwustronnych czy wielostronnych w danej dziedzinie. W oczy rzuca się natomiast przede wszystkim niewystępowanie w praktyce traktatowej układów o wzrastającej liczbie stron uczestniczących (tzn. przykładowo państwa od A do F nie zawierają odrębnych traktatów trójstronnych, czterostronnych, pięciustronnych etc.). Łatwo można wyobrazić sobie w ramach danej grupy państw aktywnej w danej dziedzinie prawa międzynarodowego w miarę liczne konwencje dwustronne, czasem ten dziedzinie nadaje traktat pretendujący do uniwersalności, z rzadka co najwyżej pojawiają się jednak pojedyncze umowy wielostronne (plurilateralne, regionalne itp.)⁴. Te ostatnie z pewnością nie

³ Chyba że chodzi o bardzo małą, regionalną grupę podmiotów (np. wyłącznie państw Ameryki Północnej zrzeszonych w NAFTA).

⁴ Oczywiście jest to swoiste uproszczenie i generalizacja zjawiska – wszystko zależy od materii prawa międzynarodowego, w jakiej dokonuje się badań. Niektóre działy prawa międzynarodowego zdominowane są przez traktaty aspirujące do miana uniwersalności (wówczas jest ich oczywiście niewiele). Nie brakuje takich zagadnień, gdzie to konwencja dwustronna jest podstawowym mechanizmem traktatowym (wówczas zawieranych traktatów jest odpowiednio więcej). Ten przypadek jest o tyle naturalny, że umowy dwustronne stanowią w praktyce traktatowej państw rozwiązania co do genezy o wiele bardziej pierwotne (niegdyś nawet regulacje *stricte* wielostronne regulowano w formule szeregu traktatów dwustronnych – zob. St.E. Nahlik, *Wstęp...*, s. 186 i podany tam przykład traktatów pokoju kongresu westfalskiego z 1648 r. oraz późniejszych kongresów pokojowych z przełomu XVII i XVIII w.).

będą stanowiły *gros* wzajemnych kontaktów traktatowych, jak ma to przecież miejsce w przedstawionym modelu.

Liczbę traktatów będących więcej niż dwustronnymi w danej dziedzinie (przy warunku niepowtarzalności danego układu) ustalić można poprzez odjęcie od wzoru otrzymanego wcześniej wzoru na liczbę relacji dwustronnych (wspomnianego na wstępie rozważań):

$$2^n - n - 1 - \frac{(n-1) * n}{2} = 2^n - \frac{(n-1) * n}{2} - n - 1 .$$

Jeżeli z liczby tej usunie się jeszcze traktat dla danej grupy uniwersalny (łączy wszystkie podmioty):

$$2^n - n - 1 - \frac{(n-1) * n}{2} - 1 = 2^n - \frac{(n-1) * n}{2} - n - 2$$

to otrzyma się wzór liczby traktatów większych niż dwustronne, a łączących mniej niż wszystkie państwa z danej grupy.

Korzystając z tego przykładu, łatwo obliczyć, że chociażby z liczby ogółem 20 państw Ameryki Łacińskiej uczestniczących (w różnych układach) w zaledwie pięciu umowach regionalnych odnoszących się do azylu dyplomatycznego⁵, dochodzi do wyczerpania zaledwie skromnego ułamka regionalnych możliwości traktatowych, jakie wyłaniają się wobec takiego grona. Azyl dyplomatyczny uważa się przy tym za zagadnienie dość szczególnie (tzn. gęsto) uregulowane w regionie traktatami o takim właśnie (więcej niż dwustronnym, a nie ogólnolatynoamerykańskim) charakterze.

Ostateczny wniosek z tej analizy nasuwa się sam przez się: możliwości traktatowotwórcze współczesnej wspólnoty państw są absolutnie nie do urzeczywistnienia. Nawet w skromnym wymiarze regionalnym (europejskim, azjatyckim itp.) wydają się one nie do wykorzystania przez państwa w jakiegokolwiek dziedzinie prawa narodów.

III. Określenie „potencjału traktatowego” pojedynczego podmiotu w zbiorze

Do podobnych wniosków można dojść, analizując „potencjał” traktatowy danego podmiotu *iuris gentium* rozumiany jako możliwość uczestniczenia w relacjach (od dwustronnych po uniwersalną – łączącą całą grupę) z podmiotami z danej grupy państw. Potencjał dla jednego elementu można obliczyć w następujący sposób: na-

⁵ W Traktacie z Montevideo z 1889 r. uczestniczy 5 z 20 państw, w Konwencji z Hawany z 1928 r. – 15 z 20 państw, Konwencji z Montevideo z 1933 r. także 15 z 20 państw (jest to jednak różniąca się dwoma państwami piętnastka względem piętnastki z poprzedniej grupy), w Traktacie z Montevideo z 1939 r. – 2 z 20 państw (co sprawia dodatkowo, że Konwencja ta, jako w praktyce dwustronna, nie kwalifikuje się do wzięcia pod uwagę w kontekście wniosków wynikających ze wspomnianego w tekście równania), w Konwencji z Caracas z 1954 r. – 12 z 20 państw. Zob. L. Sosnowski, *Azyl dyplomatyczny we współczesnym prawie międzynarodowym*, Kraków 1980, s. 23–24.

leży wybrać jeden element ze zbioru n -elementowego, pozostałe elementy (bez tego wybranego) tworzą zbiór $(n - 1)$ -elementowy. Jeżeli weźmie się następnie pod uwagę wszystkie relacje co najmniej jednostronne w tym zbiorze (od $k = 1$ do $k = n - 1$), to dla każdego k z takiego przedziału otrzyma się odpowiednią liczbę relacji k -stronnych. Jeśli do każdej takiej relacji „doda się” ten element, który został wybrany na samym początku, to otrzyma się właśnie ilość możliwych relacji $k + 1$ -elementowych w zbiorze n -elementowym, w których będzie uczestniczył wybrany element.

Czyli wzór na liczbę relacji co najmniej dwustronnych w zbiorze n -elementowym, w których bierze udział zawsze 1 wybrany element, wynosi:

$$\sum_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k} = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} - \binom{n-1}{0} = 2^{n-1} - 1$$

Ostateczny wzór na „potencjał” danego elementu w relacjach co najmniej dwustronnych w zbiorze n -elementowym wygląda tak:

$$2^{n-1} - 1$$

Poprawność tego wzoru łatwo zweryfikować na przykład dla państwa kontraktującego w grupie pięciu państw ($n = 5$):

$$2^{5-1} - 1 = 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$$

Warto sprawdzić poprawność wyliczeń, oznaczając elementy zbioru 5-elementowego kolejno jako $\{A, B, C, D, E\}$ i następnie obliczając potencjał dla podmiotu A. Nakładają się na niego: relacje 2-stronne, w których bierze udział A:

$\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{A, E\}$,

relacje 3-stronne, w których bierze udział A:

$\{A, B, C\}, \{A, B, D\}, \{A, B, E\}, \{A, C, D\}, \{A, C, E\}, \{A, D, E\}$,

relacje 4-stronne, w których bierze udział A:

$\{A, B, C, D\}, \{A, B, C, E\}, \{A, B, D, E\}, \{A, C, D, E\}$,

relacja 5-stronna:

$\{A, B, C, D, E\}$.

Łatwo można policzyć, że tych relacji jest razem właśnie 15. Kreowanie tego typu relacji w tak małym układzie może wydawać się jeszcze w praktyce⁶ niewykluczone. Jednakże wzrost tego potencjału, wskazany na załączonym wykresie, wraz ze wzrostem liczebności grupy, z którą podmiot kontraktuje, jest również niezmiernie

⁶ Choć najprawdopodobniej w takich układach regionalnych powstaną relacje dwustronne – jak choćby tabele dwustronne redukcji cel w przypadku regionalnych stref wolnego handlu (tak np. w CEFTA).

wyrazisty. Podobnie jak wykres liczby relacji, jest on poprowadzony dla n wynoszącego do 20 państw. Podobnie jak na poprzednim wykresie, powyżej tej cyfry liczba relacji jest już tak ogromna, że właściwie krzywa staje się przy tak przyjętej skali pionową kreską. Tym samym przykładowo potencjał traktatowy RP wobec pozostałych 26 państw UE w pojedynczej dziedzinie *iuris gentium* jest już tak nieprawdopodobnie wysoki, że absolutnie nie może być rozpatrywany jako zagadnienie do potencjalnego urzeczywistnienia. Z przyczyn analogicznych do tych wskazanych w pkt II niniejszego tekstu wartość dokonanych wywodów matematycznych dla nauki prawa międzynarodowego może być tylko ściśle teoretyczna.



SUMMARY

THE NUMBER OF POSSIBLE MULTILATERAL RELATIONS AMONG *IURIS GENTIUM* SUBJECTS AND THE MATHEMATICAL FORMULA DETERMINING TREATY-MAKING-POWER OF SINGLE SUBJECT

The purpose of this text is to conduct the mathematical analysis in order to find formula, which allows to determine the number of all non-repeatable relations (starting from bilateral, through plurilateral, ending on multilateral – universal treaty), which may be potentially constructed by defined number of subjects of international law. Additionally the authors described „treaty-making-power” of single subject: number of group relations in which the subject could participate. The authors pointed out that states do not use even small part of their treaty making possibilities.